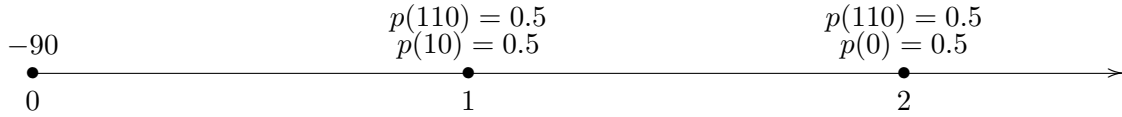


Matematica finanziaria: esercizi del libro (1, 2 e 3 a pagina 189)

Esercizio 1 a pagina 189. Si acquistano delle obbligazioni. Il prezzo è 90€, il valore nominale 100€. Le obbligazioni pagano cedole annue posticipate di 10€, e verranno rimborsate per metà alla fine del primo anno, per metà alla fine del secondo anno. Calcolare il tasso di rendimento effettivo nei due casi (rimborso al primo oppure rimborso al secondo anno), e il tasso di rendimento medio.

Svolgimento. L'acquisto di un'obbligazione si sintetizza nel seguente grafico.



Se il titolo viene rimborsato al primo anno, il suo rendimento effettivo si trova risolvendo l'equazione $REA = 0$, ovvero

$$-90 + 110\nu = 0$$

e dunque

$$i_1 = \frac{1}{\nu} - 1 = \frac{110}{90} - 1 = 0.2.$$

Se il titolo viene rimborsato al secondo anno, il suo rendimento effettivo si trova risolvendo l'equazione

$$-90 + 10\nu + 110\nu^2 = 0$$

e dunque

$$i_2 = \frac{22}{-1 + \sqrt{397}} - 1 = 0.1625.$$

Per il tasso di rendimento medio dobbiamo calcolare i valori medi delle cedole che riscuoteremo ogni anno. Il primo anno riscuoteremo in media $110 \cdot 0.5 + 10 \cdot 0.5 = 60$, e il secondo anno riscuoteremo in media $110 \cdot 0.5 = 55$. Il rendimento medio si trova allora risolvendo l'equazione

$$-90 + 60\nu + 55\nu^2 = 0$$

e dunque

$$i_m = \frac{11}{-6 + 3\sqrt{26}} - 1 = 0.1832.$$

Notare che la prima soluzione del libro è sbagliata. ■

Esercizio 2 a pagina 189. Calcolare il corso del titolo dell'esercizio precedente, con un tasso di valutazione del 18.32%, ai tempi 1^- , 1^+ , $20/12$.

Svolgimento. Bisogna osservare che per $t = 1^-$ dobbiamo valutare il corso medio (non sappiamo se il titolo in questione verrà rimborsato al primo o al secondo anno), mentre per $t = 1^+$ e $t = 20/12$ calcoleremo il valore del titolo nel modo classico. Dunque in 1^- usiamo il seguente grafico, dove l'origine dei tempi coincide con il momento di calcolo del corso:



Il valore in 0 al tasso di valutazione $i = 18.32\%$ è:

$$C(1^-, i) = 60 + 55 \frac{1}{1.1832} = 106.484.$$

In 1^+ e in $20/12$ usiamo invece il seguente grafico. Notare che in 0 questa volta non abbiamo cedole, perché sono già state riscosse, e in 1 riscuoteremo 110 con probabilità 1.



I valori in 0 e in $20/12$ al tasso di valutazione $i = 18.32\%$ sono:

$$C(1^+, i) = 110 \frac{1}{1.1832} = 92.968, \quad C(20/12, i) = 110 \frac{1}{1.1832^{1/3}} = 104.002.$$

■

Esercizio 3 a pagina 189. Calcolare il prezzo a cui emettere il titolo dell'esercizio 1 affinché il tasso di costo netto sia del 16%.

Svolgimento. Questa volta il punto di vista è quello dell'ente emittente, ma trattandosi di valori al netto di costi aggiuntivi il problema è equivalente a calcolare il corso del titolo affinché il tasso netto di rendimento del titolo medio sia del 16%



Il corso $C(0, 0.16)$ è dato da:

$$C(0, 0.16) = \frac{60}{1.16} + \frac{55}{1.16^2} = 92.598.$$

■